

# Perusopintojen Laboratoriotöiden Työselostus <sup>1</sup>

Kalle Hyvönen

Työ tehty 12. joulukuuta 2008, Palautettu 30. tammikuuta 2009

<sup>1</sup>Assistentti: Mika Torkkeli

## Tiivistelmä

Laboratoriossa tehdyssä ensimmäisessä kokeessa käytettiin erityistä pyörimisliikkeen tutkimiseen tarkoitettua laitetta. Mitattiin laitteen akselin kulmanopeutta kun akseliin kohdistuvaa momenttia nostettiin lisäämällä vetonaruun painoja. Systemin hitausmomentiksi saatiin  $I_0 = 0.0108 \pm 4.4 \cdot 10^{-4} \text{kgm}^2$ . Todettiin että systeemi noudatti pyörimisliikkeen perusyhtälön ennustetta jonka mukaan kulmakiiltyvyys on verrannollinen momenttiin.

Toisessa kokeessa käytettiin samaa koelaitteistoa. Määritettiin systeemin hitausmomenteja kun punnusten etäisyyttä pyörimisakselista muutettiin, havaittiin että systeemin hitausmomentti noudattaa kaavaa  $I = I_0 + m_p r_p^2$ . Kokeissa käytettyjen punnuksien mitattu paino oli kokeellisesti todetun arvon virherajojen sisällä  $m_p = 0.52 \pm 0.02 \text{kg}$  kun  $m_{\text{mitattu}} = 0.5400 \text{kg}$ .

Viimeisessä kokeessa määritettiin homogeenisen kiekon hitausmomentti kahden akselin suhteen ja verrattiin mittauksia ennusteisiin. Todettiin että teoreettinen arvo oli mitattujen hitausmomenttien virherajojen sisällä.

## Johdanto

Laboratoriotöissä tehdyissä kokeissa tutkittiin pyörimisliikkeen fysiikkaa. Kokeiden tarkoituksena oli yleisesti harjoitella laboratoriotöiden tekemistä johon kuuluu monta eri osa-aluetta kuten virhearvointi, mittalaitteiden käyttö, tulosten arviointi sekä työselostuksen tekeminen.

Laboratoriotöiden tavoitteina oli:

- Osoittaa että ympyräradalla kulkevan kappaleen etenemisliikkeestä aiheutuva hitausmomentti on  $I = mr^2$ , jossa  $m$  on kappaleen massa ja  $r$  on sen massakeskipisteen radan säde.
- Määrittää homogeenisen kiekon hitausmomentti kahden akselin suhteen ja verrata tuloksia teoreettisiin ennusteisiin.

## Teoria

Kun kappaleeseen kohdistuu vääntävä vuorovaikutus, kappaleen pyöriminen muuttuu. Ilmiötä kuvaa kvantitatiivisesti pyörimisliikkeen perusyhtälö [1]:

$$\alpha = \frac{\tau}{I} \quad (1)$$

Jossa  $\tau$  on momentti joka kuvaa vääntävän vuorovaikutuksen voimakkuutta,  $\alpha$  on kappaleen kulmakiiltyvyys, ja  $I$  on hitausmomentti joka kuvaa kappaleen pyörimishitautta eli kykyä vastustaa pyörimisen muutosta. Hitausmomenttiin vaikuttavat kappaleen massa ja muoto, sekä pyörimisakselin suunta ja etäisyys kappaleen massakeskipisteestä.

Viimeisessä kokeessa jossa verrataan kiekkomaisen kappaleen mitattua hitausmomenttia laskettuun arvoon, saadaan kappaleen hitausmomentti  $I_z$  vaakatasossa kaavasta:

$$I_z = \frac{mr^2}{2} \quad (2)$$

Jossa  $m$  on kiekon massa ja  $r$  kiekon säde. Kiekon hitausmomentti vaakatasossa, kun  $m_k = 1.4417 \text{kg}$  ja  $r_k = 0.1145 \pm 0.0005 \text{m}$ :

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{m_k r_k^2}{2} \\ I_z &= \frac{1.4417 \text{kg} \cdot 0.1145 \text{m}^2}{2} \\ I_z &\approx 0.00945 + 0.0000827/ - 0.0000824 \end{aligned}$$

Kiekon hitausmomentti  $I_x$  pystyssä saadaan kaavasta:

$$I_x = \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2) \quad (3)$$

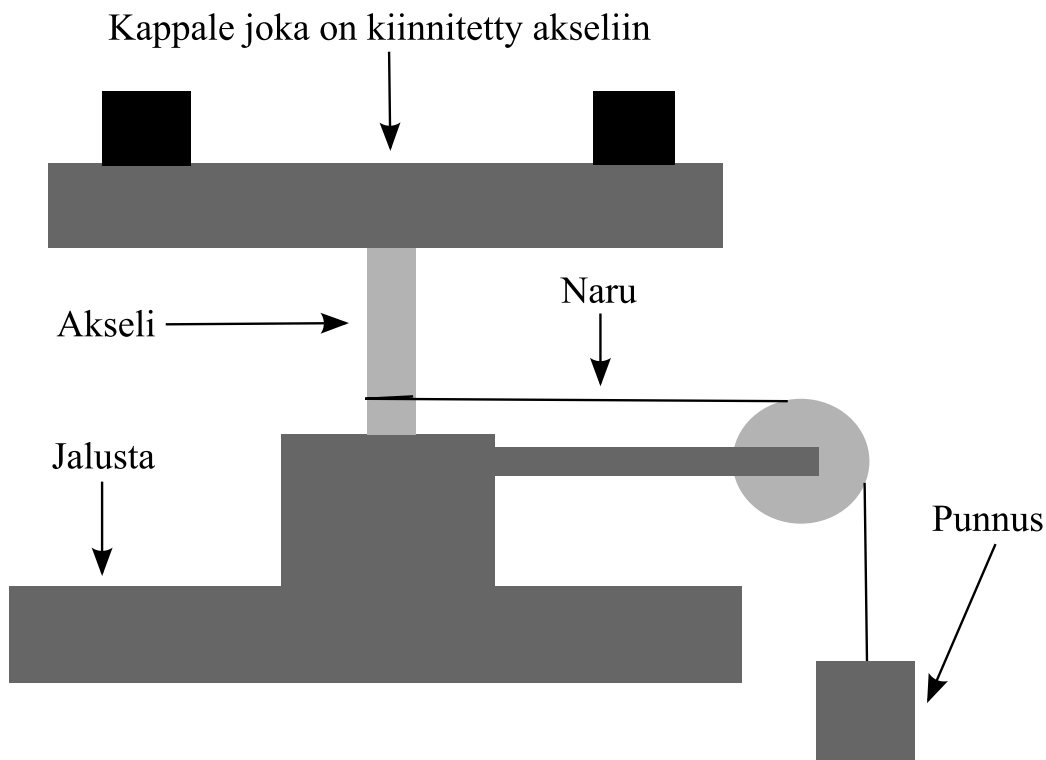
Jossa  $m$  on kiekon massa,  $r$  kiekon säde ja  $h$  kiekon paksuus. Kiekon hitausmomentti pystyssä  $I_x$ , kun  $m_k = 1.4417kg$ ,  $r_k = 0.1145 \pm 0.0005m$  ja  $h_k = 0.025 \pm 0.0005m$ :

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{1}{12}m_k(3r_k^2 + h_k^2) \\ I_x &= \frac{1}{12}1.4417kg(3 \cdot 0.1145m^2 + 0.025m^2) \\ I_x &\approx 0.00480 + 0.0000444/ - 0.0000442 \end{aligned}$$

Kokeissa oletetaan vetonarun sekä akselin massa ja tätä kautta hitausmomentit pieniksi. Myös akselin laakeroinnista sekä ilmanvastuksesta johtuvat häviöt oletetaan pieniksi. Langan jännitysvoiman suora mittaaminen monimutkaistaisi mittausta joten oletetaan että jännitysvoima on sama kuin punnusten paino.

## Mittalaitteet ja mittaukset

Kaikissa kokeissa käytettiin erityistä pyörimisliikkeen tutkimiseen tarkoitettua laitetta. Laitteen jalusta on kiinnitetty laakeroitu pysty akseli johon voidaan kiinnittää pyöritettäviä kappaleita. Akselissa olevan väkipyörän ympärille kelataan ohutta narua jonka päähän voidaan kiinnittää punnus, jolloin punnus vetää narua pois akselilta vetopyörän kautta jolloin akseli ja siihen kiinnitetty kappale alkavat pyöriä.



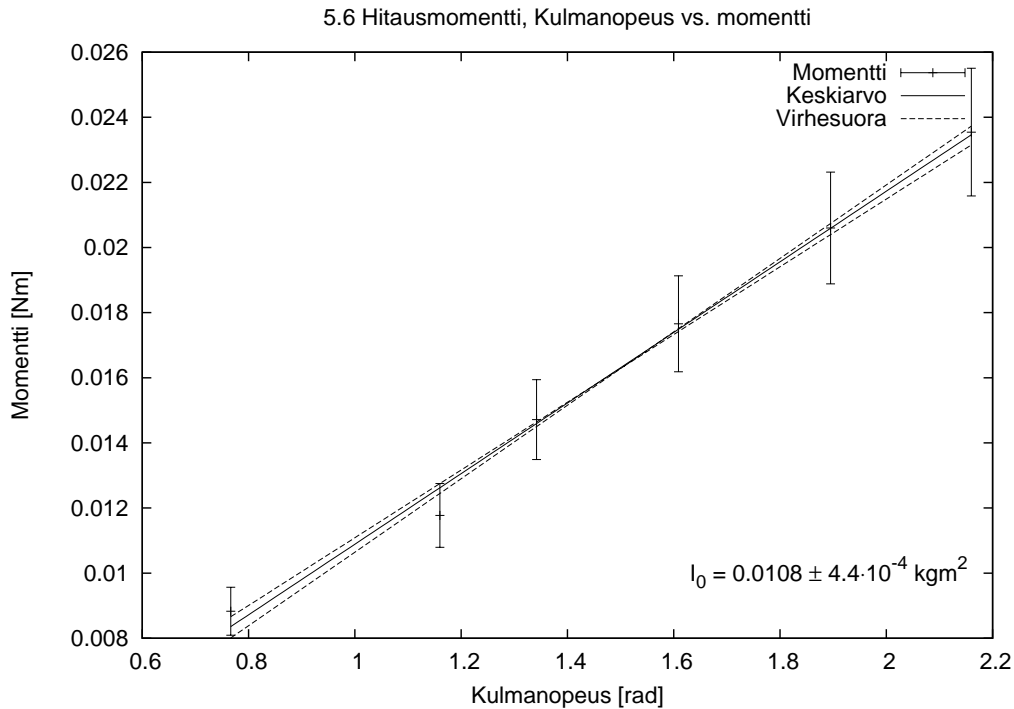
Kuva 1: Mittalaitteisto

Pyörimisnopeutta mitataan tietokoneeseen kytketyllä valoporttianturilla joka mittaa akselin kulmanopeutta optisesti. Akseliin kohdistuva momentti voidaan laskea kun tiedetään akselissa olevan väkipyörän halkaisija ja narun jännitysvoima.

# Tulokset

## 5.6 Pyörimisliikkeen perusyhtälö

Kuvaaja (Kuva 2) ensimmäisen kokeen mittaustuloksista:



Kuva 2: Määritetyt kulmakihtyvyydet

Punnuksen paino  $G_p$ :

$$\begin{aligned}G_p &= m_p g \\G_p &= 0.050 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\G_p &= 0.4905 \text{ N}\end{aligned}$$

Akseliin kohdistuva momentti  $\tau$ :

$$\begin{aligned}\tau &\approx r G_p \\ \tau &\approx 0.012 \text{ m} \cdot 0.4905 \text{ N} \\ \tau &\approx 0.005886 \text{ Nm}\end{aligned}$$

## 5.7 Ympyräradalla etenevän kappaleen hitausmomentti

Kuvaaja (Kuva 3) toisen kokeen mittaustuloksista:

Hitausmomentti  $I$ :

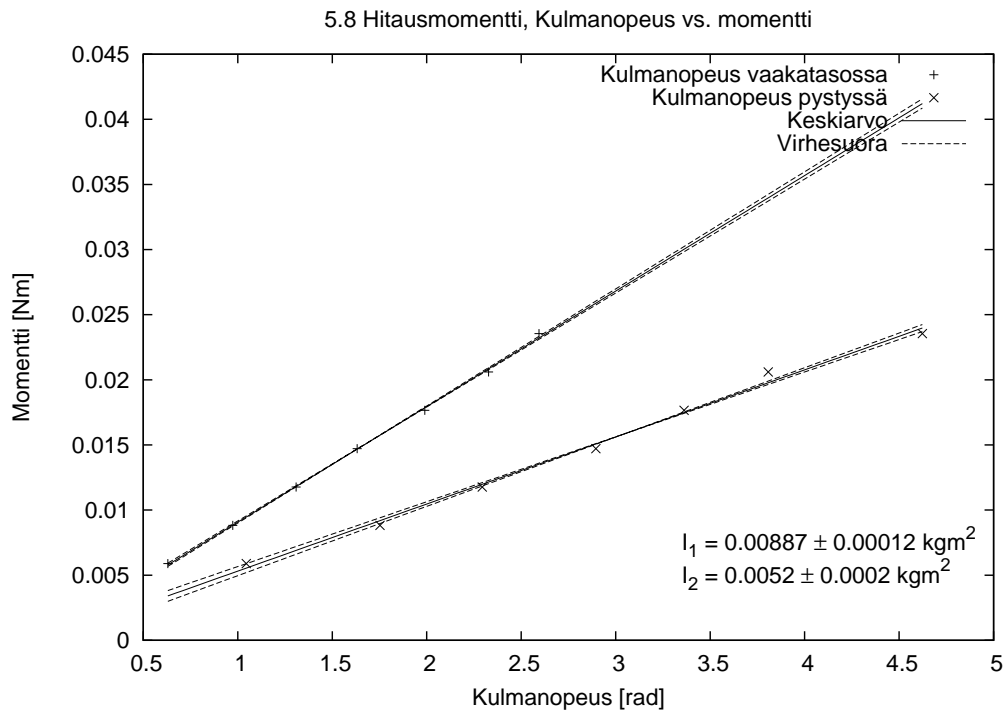
$$\begin{aligned}I &= \frac{\tau}{\alpha} \approx \frac{r m_p g}{\alpha} \\ I &= \frac{0.012 \text{ m} \cdot 0.100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1.034 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \\ I &= 0.01138 \text{ kgm}^2\end{aligned}$$



Kuva 3: Määritetyt hitausmomentit

## 5.8 Kiekon hitausmomentti

Kuvaaja (Kuva 4) toisen kokeen mittaustuloksista:



Kuva 4: Määritetyt momentit

Momentti  $\tau$ :

$$\begin{aligned}\tau &\approx rG_p \\ \tau &\approx 0.012m \cdot 0.05kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \\ \tau &\approx 0.005886Nm\end{aligned}$$

## Johtopäätökset

### 5.6 Pyörimisliikkeen perusyhtälö

Tässä kokeessa tutkittiin noudattaako systeemi pyörimisliikkeen perusyhtälön ennustetta, jonka mukaan kulmakiihtyvyys on verrannollinen momenttiin. Kuvaajasta 2 näemme että pisteisiin lineaarisesti sovitettu suora kulkee likimain origon kautta, joka tarkoittaa että kulmakiihtyvyys ja momentti ovat verrannollisia toisiinsa.

Tuloksen tarkkuutta voitaisiin parantaa tekemällä suurempi määrä mittauksia ja täten pienentämällä satunnaisen virheen määrää. Kokeen systemaattista virhettä pystyttäisiin pienentämään kelaamalla vetonaru huolellisesti yhteen kerrokseen pitäen vetopyörän säteen vakiona. Pienentämällä laakerin kitkaa voitaisiin myös nostaa tuloksen tarkkuutta.

### 5.7 Ympyräradalla etenevän kappaleen hitausmomentti

Kuvaajan 3 kulmakertoimesta määritetty punnuksien paino  $0.52 \pm 0.02kg$  on virherajoineen yhteneväinen mitatun  $0.54kg$  tuloksen kanssa. Kokeessa on todettu, että systeemin hitausmomentti on  $I = I_0 + m_p r_p^2$ .

Tuloksen tarkkuutta voitaisiin parantaa tekemällä suurempi määrä mittauksia ja täten pienentämällä satunnaisen virheen määrää. Kokeen systemaattista virhettä pystyttäisiin pienentämään kelaamalla vetonaru huolellisesti yhteen kerrokseen pitäen vetopyörän säteen vakiona. Myös punnuksien asettaminen tarkemmin telineeseen vähentäisi systemaattista virhettä. Pienentämällä laakerin kitkaa voitaisiin myös nostaa tuloksen tarkkuutta.

Kokeen teoreettisesta arvosta voitaisiin saada tarkempi jos otettaisiin huomioon akselin sekä punnuksien telineen vaikutus huomioon hitausmomenttia laskettaessa.

### 5.8 Kiekon hitausmomentti

Kun verrataan mitattuja tuloksia kiekon hitausmomenteille ja laskettuja tuloksia, nähdään että lasketut tulokset  $I_z$  ja  $I_x$  ovat mitattujen arvojen virherajojen sisällä eli  $I_z \approx I_1$  ja  $I_x \approx I_2$ .

Mitattujen tulosten ero verrattuna ennusteisiin voi johtua siitä ettei kiekko ole muodoltaan aivan täydellinen vaan se sisältää reiän akselille, sekä siinä on ura. Laskuissa ei myöskään oteta huomioon akselin massaa ja vaikutusta hitausmomenttiin.

## Viitteet

- 1 Randall D. Knight (2008), Physics for Scientists and Engineers - A Strategic Approach. Addison-Wesley, s. 356